EXERCICES

Exercice 1 :

Calculer les limites suivantes :

$a)\ \lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^{2x}-1}{e^{x}-1}$ $\quad b)\ \lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{e^{x}-2x^{2}}{x+4}$ $\quad c)\ \lim\limits_{x\to+\infty}x(e^{\frac{1}{x}}-1)$

$d)\ \lim\limits_{x\to-\infty}x^{3}e^{x+2}$ $\quad e)\ \lim\limits_{x\to-\infty}x^{n}e^{x}\ \ (n\in\mathbf{N}^{*})$ $\quad f)\ \lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{e^{x}+e^{-x}}{(x+1)^{3}}$

$g)\ \lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\ln(e^{x}+1)}{x}$ $\quad h)\ \lim\limits_{x\to+\infty}\ln(e^{x}+1)-x$ $\quad i)\ \lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{1}{x}\ln(e^{x}+e^{-x})$

$j)\ \lim\limits_{x\to+\infty}(1+\dfrac{1}{x})^{x}$ $\quad k)\ \lim\limits_{x\to+\infty}e^{-x}\ln(1+e^{x})$ $\quad l)\ \lim\limits_{x\to+\infty}\ln(x\ \ e^{\frac{x}{x^{2}-1}}-x)$

Exercice 2 :

1°/ Démontrer que $\forall x\in[0,1]$ on a : $1+x+\dfrac{x^{2}}{2}\le e^{x}\le 1+x+\dfrac{x^{2}}{2}+\dfrac{x^{3}}{3}$.

2°/ Soit $f:[0,+\infty[\to\mathbf{R}:\ x\mapsto\begin{cases}\dfrac{x}{e^{x}-1} & \text{si } x>0\\ 1 & \text{si } x=0\end{cases}$

Montrer que f est continue, dérivable en 0.

3°/ Etudier le signe de la fonction $g:\ [0,+\infty[\ \to\mathbf{R}:\ x\mapsto e^{x}-1-xe^{x}$.

4°/ Etudier les variations de f.

5°/ Tracer (C) dans un repère orthonormé .

Exercice 3 :

Soit $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}\ :\ x\mapsto\dfrac{e^{x}-e^{-x}}{e^{x}+e^{-x}}$.

1°/ Montrer que f est définie sur $\mathbf{R}$ et que $\forall x\in\mathbf{R}$, $-1<f(x)<1$.